

# 地面核磁共振正则化反演方法研究

张文权<sup>1</sup>, 翁爱华<sup>2</sup>

1. 青海省地质调查院, 西宁 810012

2. 吉林大学 地球探测科学与技术学院, 长春 130026

**摘要:**不同的模型约束对基于正则化反演技术的地面核磁共振测深数据反演影响很大。利用理论数据讨论了平坦模型和光滑模型约束及与之相关的正则化参数对反演结果的影响规律。模拟表明,无论是高信噪比数据,还是低信噪比数据,反演的含水量在小正则化参数时,对模型约束的依赖性不大,主要受正则化参数影响。大正则化参数时反演分辨率低,而小正则化参数在保证数据拟合精度提高的同时,增加了模型的分辨率,能获得更可靠的含水量分布。

**关键词:**地面核磁共振;反演;正则化技术;地下水勘探

中图分类号:P631.2

文献标识码:A

文章编号:1671-5888(2007)04-0809-05

## On Regularization Inversion Method of Surface Nuclear Magnetic Resonance Data

ZHANG Wen-quan<sup>1</sup>, WEN G Ai-hua<sup>2</sup>

1. Institute of Geology Exploration of Qinghai Province, Xining 810012, China

2. College of GeoExploration Science and Technology, Jilin University, Changchun 130026, China

**Abstract:** To illustrate the influence of different regularization operator on the inversion of water content distribution from surface nuclear magnetic resonance (NMR) signal, synthetic data of noise free and contaminated have been investigated. The water content distributions of two layers have been studied. Numerical results show that for the data with either high or low signal to noise ratio (SNR), inversion solution depends weakly on regularization operators, while strongly upon regularization parameter. Relatively large regularization parameters cause low resolution of solution, and a small parameter can improve data fitting and enhance the accuracy of inversed water content distribution.

**Key words:** surface NMR; inversion; regularization method; groundwater exploration

## 0 引言

地面核磁共振是一种较新的地下水直接勘察技术<sup>[1]</sup>。围绕该技术开展了许多理论和野外试验研究<sup>[2-6]</sup>。在对其进行数据解释时,最关键的技术是基于正演模拟基础之上反演地下含水层的分布规

律<sup>[7-9]</sup>。

在反演过程中,通常采用著名的正则化技术求取含水量分布<sup>[7]</sup>。然而,目前的正则项只是采用了单位矩阵,这实际是求解在观测数据约束条件下的最小长度模型这一最优化问题。最小长度解相当于要求反演的含水量分布尽可能接近 0 含水量背景模

收稿日期:2006-11-28

基金项目:国家自然科学基金项目(40304009)

作者简介:张文权(1968-),男,青海湟中人,硕士,主要从事物探方法技术应用研究

通讯联系人:翁爱华(1969-),男,安徽天长人,副教授,博士,主要从事电磁法勘探及地面核磁共振的理论模拟与应用研究, E-mail: wengaihua@email.jlu.edu.cn。

型。

事实上,除了对模型的长度进行约束外,还有平坦模型和光滑模型等约束<sup>[10]</sup>。由于这两种约束主要考虑的是模型参数的导数性质,并不要求模型参数本身的具体数值,因此可能更有利于含水量的反演。本文利用理论数据讨论了这三种模型约束及与之相关的正则化参数对地面核磁共振测深数据反演的影响。

## 1 基本理论

### 1.1 正演理论

在自由空间中,地面核磁共振响应可以表示为<sup>[4,11~14]</sup>

$$E_0(Q) = \int_V M(r, Q) \cdot B_1(r) dv \quad (1)$$

式中,  $Q = I$  称为激发电流脉冲强度,  $\omega$  为质子在地球磁场中的核磁共振圆频率,  $B_1(r) = \mu_0 H_1(r)$ ,  $\mu_0$  为真空磁导率,  $H_1(r)$  是该回线源在空间位置  $r$  产生的磁场强度垂直于地磁场的分量。  $M$  是地下含水层中质子磁矩被激发磁场扳倒后垂直于地磁场的分量。假设地下含水层呈层状分布,即

$$n(z) = \sum_j n_j f(z),$$

$$f(z) = \begin{cases} 1, & z_j \leq z < z_j + z_j, \\ 0, & \text{其它} \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $n_j$  为第  $j$  个含水层的含水率,且  $0 \leq n_j \leq 1.0$ ;  $z_j$  为第  $j$  含水层顶面埋深;  $z_j$  为对应的含水层厚度。此时式(1)可离散化为

$$E_0(Q) = \sum_{j=1} K(Q, z_j) f(z_j) n_j \quad (3)$$

其中:

$$K(Q, z) = \int \int \int \sin(k(x, y, z, Q)) dx dy dz \quad (4)$$

该式是目前地面核磁共振测深正演模拟与反演解释的基础。

### 1.2 反演方法

地面核磁共振测深的反演从公式(3)开始。对一系列的电流脉冲强度  $Q_i$ ,对有限的勘探深度, (3)式可以表示为如下的矩阵形式:

$$An = E \quad (5)$$

其中:  $A_{ij} = K(Q_i, z_j)$ ;  $E = (E(Q_1), E(Q_2), \dots, E(Q_i))^T$ ,  $I$  为脉冲个数,  $j = 1, 2, \dots, M$ ,  $M$  为含水层层数。

通常采用正则化方法求解上式,Legchenko 构造如下的目标函数<sup>[7]</sup>:

$$M(n) = \|An - E\|_{L_2} + \lambda \|n\|_{L_2} = \min \quad (6)$$

事实上,正则化目标函数(6)式可以表示成如下更一般的形式:

$$M(n) = \|An - E\|_{L_2} + \|Wn\|_{L_2} = \min \quad (7)$$

式中:矩阵  $W$  为正则化算子,不同的正则化算子对模型的约束不一样。(6)式实际上要求含水量尽可能接近 0 含水量。此外,还可以对模型的导数性质进行约束,构成对模型光滑性的要求,并可以用其一阶导数或者二阶导数描述,分别称为对模型的平坦度或者光滑度约束<sup>[10]</sup>。相应的约束矩阵  $W$  分别为

$$W = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix}_{(M-1) \times M} \quad (8)$$

和

$$W = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & -2 & 1 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & 0 & 1 & -2 & 1 \end{bmatrix}_{(M-2) \times M} \quad (9)$$

Legchenko 认为含水层的个数  $M$  应该小于观测的脉冲强度个数,此时反演的效果较好<sup>[7]</sup>。在本文的工作中,采用 60 个 2 m 厚的均匀子层叠加得到地下断面。

## 2 结果与讨论

为讨论不同模型约束对正则化反演结果的影响,对表 1 中的含水层模型产生的地面核磁共振响应进行了研究(含水率单位为单位含水率,表示为 p. u.)。模拟时,假设地磁强度为 50 000 nT,倾角  $0^\circ$ ,线圈为圆回线,半径 50 m,60 个电流脉冲强度激发,最大强度为 9 000 A · ms。为计算自由空间的积分核函数,假设大地电阻率为  $10^5 \Omega \cdot m$ 。

表 1 两层含水层模型

Table 1 Water content distribution for synthetic data			
层号	顶面埋深/ m	层厚度/ m	含水率/ %
1	40	4	0.3
2	70	10	0.2

### 2.1 无噪音理论数据情况

根据上述模型计算的理论地面核磁响应如图 1a 所示。采用  $\alpha = 10^{-3}$ 、 $\alpha = 10^{-5}$  和  $\alpha = 10^{-7}$  3 个不同的正则化参数与最小长度模型、最平坦模型和最光滑模型约束反演得到的含水量分布如图 1b,c,d 所示。从图可见,对于理论无噪音数据,正则化参数越小,反演的含水量分布越接近表 1 中的理论模型。在相同的正则化参数时,对于无噪音数据,不同的模型约束,获得的含水量分布基本一致。因此模型约束在这种条件下,对反演的结果影响不大。

### 2.2 噪音数据的结果

为得到指定信噪比 SNR 的 0 均值随机正态噪音,给定数据的方差  $\sigma_d^2$ ,则噪音的方差  $\sigma_n^2$  可以由<sup>[15]</sup>

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{\sigma_d^2}{\sigma_n^2} \quad (10)$$

获得。对图 1a 理论曲线(图 2a 中的“o”)叠加 SNR = 20 的随机噪音后得到图 2a 中的“”表示的数据。

采用不同的正则化参数和模型约束条件,对该数据反演拟合,拟合得到的含水量分布如图 2b,c,d 所示。

从图 1 可见,对于较大的正则化参数,在小脉冲参数时曲线基本拟合,但在较大的脉冲强度时,拟合较差。表现在反演的含水量分布上,无论最小长度模型、最平坦模型和最光滑模型,在总体上反映出理论含水量的分布。但反演的含水量偏小,同时含水层的厚度变大,甚至上下含水段连成一体。同时,受噪音的影响,在浅部出现假的含水层。不同的模型约束反演得到的含水量模型有较大的差异,其中,最光滑模型效果最好,而平坦模型和最小长度模型约束反演的模型最差。

随着正则化参数的减小,模型约束在反演中的作用被逐渐弱化,数据的拟合误差作用被加强,反演的模型分辨率逐渐增大,并接近理论模型。同时,模型的约束方式对反演的结果影响逐渐消失。但无论

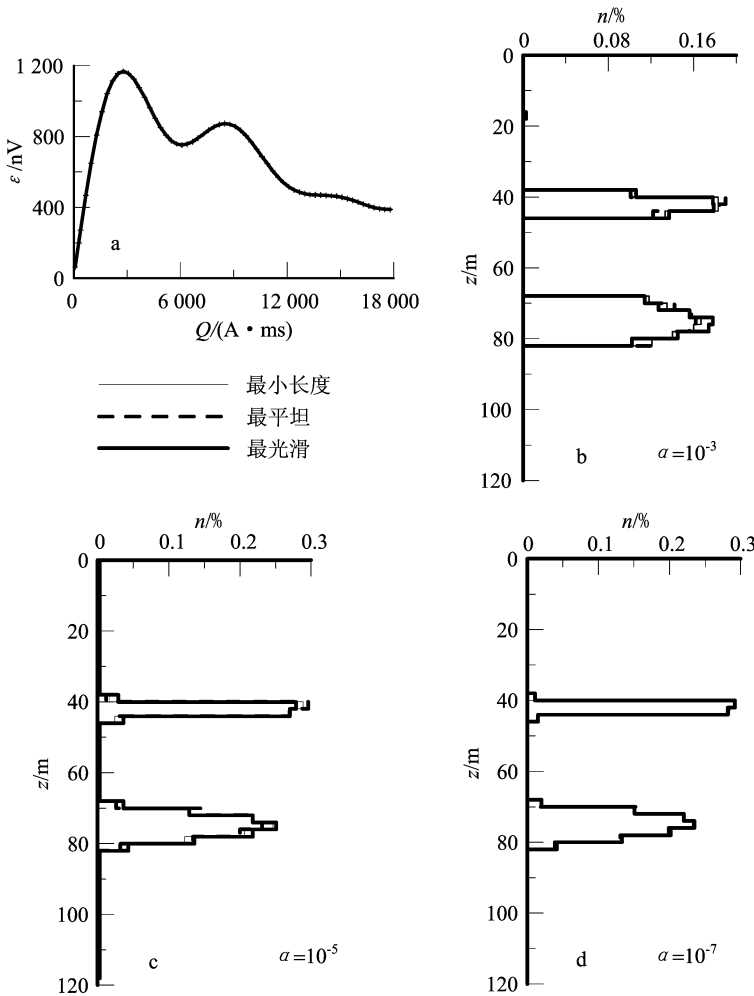


图 1 表 1 中两层含水层模型的理论地面核磁共振响应在不同正则化参数和模型约束条件下反演的含水量分布

Fig. 1 Surface NMR signals(a) and water content distributions (b,c,d) after inversion with different regularization parameters and model constraints

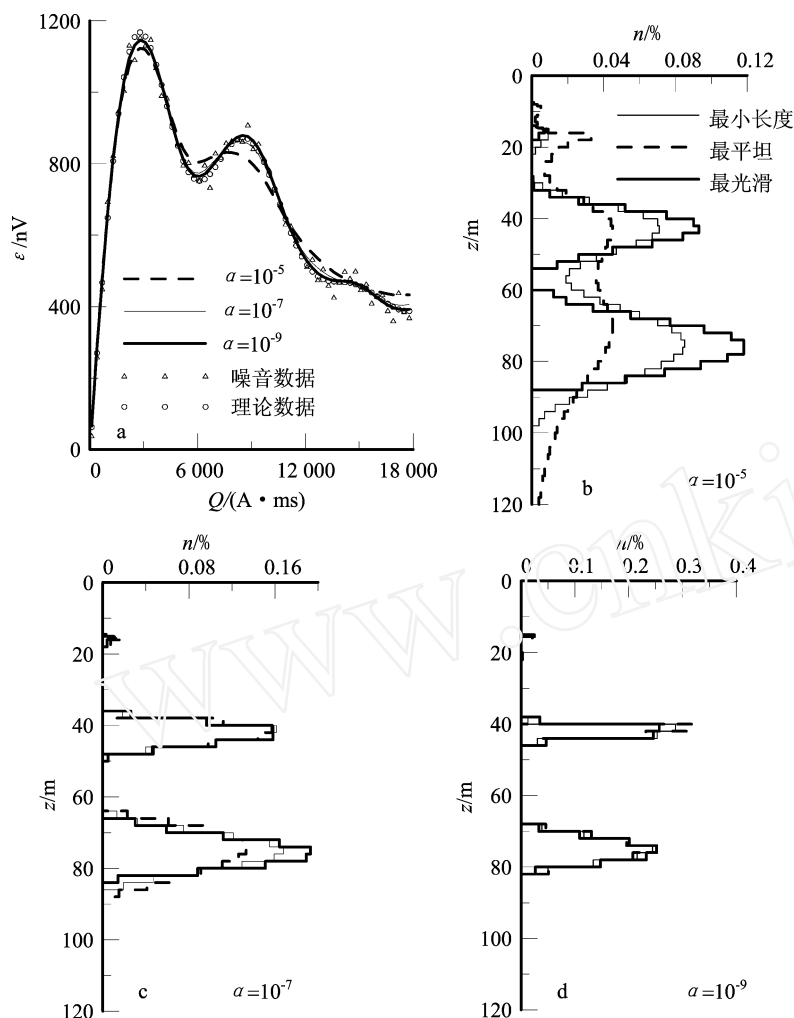


图 2 叠加 SNR = 20(a) 随机噪音后表 1 模型的理论地面核磁信号反演得到的含水量分布  
Fig. 2 Surface NMR signals contaminated by random noise of SNR = 20(a) and water content distributions (b,c,d) after inversion with different regularization parameters and model constrains

如何,由于噪音的影响,在浅部还是出现局部假的含水层。

### 3 结 论

本文讨论了自由空间中地面核磁共振测深数据正则化反演技术中正则化参数和模型约束对反演得到的含水量分布的影响。通过数值模拟可以看出:

(1) 正则化参数对反演结果的影响很大。对于无噪音数据,不同模型的约束反演得到的含水量分布基本一致,不受模型约束的影响。但对于噪音数据,较大的正则化参数模型分辨率不高,较小的正则化参数则可以较可靠地得到地下含水量的分布,同时反演的含水量分布基本不受模型约束的影响。

(2) 噪音对反演的结果有影响,但可以通过改变正则化参数对其影响加以克服。

(3) 由于噪音存在,可能出现假的含水层。

### 参考文献(References):

- [1] Semenov A G, Schirov M D, Legchenko A V. On the technology of subterranean water exploration founded on application of nuclear magnetic resonance tomograph "Hydroscope" [C]// IXth Ampere summer school. Novosibirsk:[s. n.], 1987:214.
- [2] Shirov M. A new direct noninvasive groundwater detection technology for Australia[J]. Expl Geophysics, 1991, 22(2):333 - 338.
- [3] Goldman M. Application of integrated NMR - TEM method in ground water exploration in Israel[J]. Journal Appl Geophys, 1994,31(1):27 - 52.
- [4] Shushakov O A, Legchenko A V. Calculation of underground water proton magnetic resonance signal with regard to conductivity[J]. Geology and Geophysics, 1994,35(3):130 - 136(In Russian).
- [5] 潘玉玲. 利用核磁共振方法探查基岩裂隙水[J]. CT理论与应用研究,2000,9(1):22 - 25.

- PAN Yu-ling. Detecting bedrock fissure water with nuclear magnetic resonance (NMR) method[J]. Computerized Tomography Theory and Applications, 2000, **9**(1):22 - 25.
- [6] 李振宇,潘玉玲,张兵,等.利用核磁共振方法研究水文地质问题及应用实例[J].水文地质工程地质,2003,**4**:50 - 54.  
LI Zhen-yu, PAN Yu-ling, ZHANG Bing, et al. Using NMR method research the hydrogeology problems and practical examples[J]. Hydrogeology and Engineering Geology, 2003, **4**:50 - 54.
- [7] Legchenko A V, Shushakov O A. Inversion of surface NMR data[J]. Geophysics, 1998, **63**(1):75 - 84.
- [8] 翁爱华.地面核磁共振理论模拟与反演方法初步研究[C]//中国地球物理学会.中国地球物理.长春:吉林大学出版社,2005:32 - 33.  
WENG Ai-hua. Modelling and inversion of surface NMR[C]//The Chinese Geophysical Society. Chinese Geophysics. Changchun:Jilin University Press, 2005:32 - 33.
- [9] 翁爱华,王雪秋,刘国兴,等.导电性影响的地面核磁共振反演[J].地球物理学报,2007,**50**(3):890 - 896.  
WENG Ai-hua, WANG Xue-qiu, LIU Guo-xing, et al. Nonlinear inversion of surface nuclear magnetic resonance over electrically conductive medium [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2007, **50**(3):890 - 896.
- [10] 翁爱华.核磁共振测井基础理论与实验研究[D].长春:吉林大学,2001.  
WENG Ai-hua. Study on basic data processing theories and experiments of NMR logging [D]. Changchun: Jilin University, 2001.
- [11] Trushkin D V, Shushakov O A, Legchenko A V. Surface NMR applied to an electro-conductive medium[J]. Geophysical Prospecting, 1995, **43**(4):623 - 633.
- [12] 翁爱华,李舟波,王雪秋.层状导电介质中地面核磁共振响应特征理论研究[J].地球物理学报,2004,**44**(1):156 - 163.  
WENG Ai-hua, LI Zhou-bo, WANG Xue-qiu. A study on surface nuclear magnetic resonance over layered conductive earth [J]. Chinese Journal of Geophysics, 2004, **44**(1):156 - 163.
- [13] 翁爱华,李舟波,王雪秋.地面核磁共振响应数值模拟研究[J].物探化探计算技术,2002,**24**(2):97 - 101.  
WENG Ai-hua, LI Zhou-bo, WANG Xue-qiu. Numerical modeling of surface NMR [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 2002, **24**(2):97 - 101.
- [14] 翁爱华,李舟波,莫修文,等.泥岩剖面核磁共振测井资料的处理技术[J].吉林大学学报(地球科学版),2003,**33**(2):232 - 235.  
WENG Ai-hua, LI Zhou-bo, MO Xiurwen, et al. Processing of low signal/ noise ratio NMR logging data[J]. Journal of Jilin University (Earth Science Edition), 2003, **33**(2):232 - 235.
- [15] 曾三友,康立山,丁立新,等.一种基于正则化方法的准最佳图像复原技术[J].软件学报,2003,**14**(3):689 - 696.  
ZENG San-you, KANG Li-shan, DING Li-xin, et al. A close-to-optimal image restoration technique based on regularization method [J]. Journal of Software, 2003, **14**(3):689 - 696.