

地面核磁共振理论模拟与反演方法初步研究

翁爱华

(吉林大学 应用地球物理系, 长春, 130026)
(浙江大学 理学院, 杭州, 310027)

1 前言

地面核磁共振是勘探地下水的直接方法, 在工作条件较好时, 效果较为明显, 目前已经成为地下水勘查的有效方法。野外工作中, 在地面敷设一个回线作为发射回线, 并馈以一定频率的谐波电流, 在关断电流后, 利用线圈观测大地含水层中由于质子共振产生的核磁感应信号。研究表明, 由此观测到的核磁共振信号主要与激发电流脉冲强度和地层含水量的分布有关, 并且脉冲强度越大, 反映的勘探深度相对越大。因此, 通过测量地面核磁共振信号与激发电流脉冲强度的变化关系, 可以反演获得地层含水量及其分布。这个过程涉及到地面核磁共振响应的正演模拟计算和数据的反演分析两个主要方面。

2 地面核磁共振理论模拟

假设发射线圈为圆回线, 在地面核磁共振勘探中, 当激发脉冲电流停止后, 回线中将产生随时间 t 变化的自由感应信号, 该信号的初始强度 (振幅) $E_0(Q)$ 为

$$E_0(Q) = \frac{\omega}{I} \int_V M_{\perp}(\bar{r}, Q) \cdot B_{\perp}(\bar{r}) dV, \quad (1)$$

式中 $Q=I\tau$ 称为激发电流脉冲强度, I 为电流强度, τ 是电流持续时间。 ω 为水中质子在地球磁场中的核磁共振圆频率, $B_{\perp}(\bar{r}) = \mu_0 H_{\perp}(\bar{r})$, μ_0 为真空磁导率, $H_{\perp}(\bar{r})$ 是回线源在位置 \bar{r} 产生的磁场强度垂直于地磁场的分量。 M_{\perp} 是地下含水层中质子磁矩被激发磁场扳倒后垂直于地磁场的分量。当地下含水层呈层状分布时, $E_0(Q)$ 可化为对变量 z 的积分形式, 即

$$E_0(Q) = \int_0^{\infty} K(Q, z) n(z) dz, \quad (2)$$

式中 $n(z)$ 是地层含水量, $K(Q, z)$ 称为积分核, 并有如下表达式

$$K(Q, z) = \frac{\omega}{I} M_0 \iint_{x,y} B_{\perp}(x, y, z) \sin(\theta(x, y, z, Q)) dx dy. \quad (3)$$

从(2)式和(3)式可见, 为提高地面核磁共振正演模拟与反演的精度, 必须较精确地计算出积分核函数 K 及其积分。如果进一步令

$$n(z) = \sum_j n_j f(z), \quad (4)$$
$$f(z) = \begin{cases} 1, & z_j \leq z \leq z_j + \Delta z_j \\ 0, & \text{other} \end{cases}$$

其中 n_j 为第 j 个含水层的含水量, 且 $0 \leq n_j \leq 1.0$ 。 z_j 分别为第 j 含水层顶面埋深, 也是数值计算的模型 z -向节点坐标, Δz_j 为对应的含水层厚度。这样式(2)可离散化为:

$$E_0(Q) = \sum_{j=1}^{\infty} F_j n_j, \quad (5)$$

$$F_j = \int_j^{j+1} K(Q, z) dz. \quad (6)$$

3 地面核磁共振反演

3.1 反演公式

对激发电流脉冲强度 Q 和深度 z 离散化后, (6) 式有

$$E_{0i} = K_{ij} n_j, \quad (7)$$

其中 n_j 为第 j 含水层的含水量, 并且 $0 \leq n_j \leq 1$. 进一步可将上式写成如下的矩阵形式

$$Kn = E. \quad (8)$$

上式等价于下面的优化问题

$$\begin{aligned} \min &: \|y - Ax\|^2 + \alpha^2 \|Wx\|^2, \\ \text{s.t.} & \\ x_j &\geq 0, \end{aligned} \quad (9)$$

式中 α^2 称为正则化因子, W 是体积为 $K \times N$ 的模型约束条件矩阵, 取决于模型限制方式.

3.2 提高积分核计算精度

在相对深部, 地面核磁共振数据的反演精度与分辨率下降. 究其原因, 部分来自目前计算方法中, 反演含水层厚度随深度增加逐步增大, 导致积分核函数计算精度在深部下降所致. 为此, 我们利用数值积分计算核函数积分, 其中积分节点处的核函数值由尽可能少的深度剖分节点上的核函数值通过插值方法求取. 由于插值方法的精度对积分有重要影响, 我们选用精度较高的连分式插值. 然后, 基于插值结果, 利用高斯求积公式计算核函数的积分.

3.3 利用投影迭代实现反演

优化问题(9)的数值实现有多种方法, 最常用的是正则化反演技术. 但由于正则化反演有时会得到没有意义的负含水量, 因此, 这里采用负解迭代消去法, 具体过程如下:

- (1). 利用正则化方法求解(9)式, 获得谱分布的一个可能解;
- (2). 对每一个解分量, 判断是否非负. 若否, 则删除对应于该分量的矩阵与右边向量的行与元素. 转(1);
- (3). 输出反演结果.

3.4 反演中变正则化参数技术

在常规的正则化反演中, 正则化因子 α^2 是固定的, 这显然没有考虑不同数据对模型参数的分辨能力. 变正则化地面核磁共振数据反演方法的基本原理是, 假设正则化因子是各个含水层位置的空间变量, 并且由模型参数分辨率矩阵及其展布函数决定. 对于高分辨率的参数, 要求正则化因子值小, 而分辨率较低的参数, 其相应的正则化因子被赋以较大的值. 这样, 在反演过程中, 将根据参数灵敏度对优化问题中的含水量模型与数据误差进行平衡, 达到同时提高了反演的分辨率和反演过程的稳定性. 具体的实现过程大致如下: 首先由(9)式用小的正则化参数定义模型参数分辨率矩阵 R , 并求出每个模型参数的空间展布函数 SP_i ; 接着由展布函数计算变正则化参数, 其公式为

$$\lambda_i = \lambda_{\min} + \frac{\lambda_{\max} - \lambda_{\min}}{SP_{\max} - SP_{\min}} (SP_i - SP_{\min}). \quad (10)$$

式中 λ_{\min} 、 λ_{\max} 、 SP_{\min} 、 SP_{\max} 分别为正则化参数和展布函数的上下限. 最后, 利用获得的变正则化参数重新求解(9)式, 获得最终的含水层模型.

本文的研究由国家自然科学基金(40304009)和吉林省科技发展计划联合资助.

参考文献

- 1 翁爱华等. 层状导电介质中地面核磁共振响应特征理论研究, 地球物理学报, 44, 1, 2004
- 2 Legchenk A V et al. Inversion of surface NMR data, Geophysics, 63, 1, 1998