

# 长偏移距瞬变电磁测深甚晚期响应 及视电阻率的数值计算

翁爱华 王雪秋

(吉林大学地球探测科学与技术学院, 长春 130026)

**摘 要** 文中讨论了提高长偏移距瞬变电磁测深甚晚期响应计算精度及相应的全区视电阻率的计算方法。在频率域,利用直接数值积分结合连分式展开提高低频段响应的计算精度,从而提高时间域甚晚期响应的计算精度。同时,利用连分式渐进展开,将均匀半空间电阻率表示为该模型长偏移距瞬变电磁测深响应的反函数,利用迭代方法求出适合全时间段的全区视电阻率。数值结果表明,文中的方法可有效地提高长偏移距瞬变电磁测深(甚)晚期数据的模拟与解释精度。

**关键词** 长偏移距瞬变电磁测深 甚晚期 数值积分 全区视电阻率 连分式

**中图分类号:** P631.3<sup>+</sup>25 **文献标识码:** A **文章编号:** 0253-4967(2003)04-0664-07

## 0 引言

长偏移距瞬变电磁测深(LOTEM)是研究深部电性结构的一个有效方法(Strack, 1992; 严良俊等, 2001)。目前,一般观测小于 10s 的瞬变响应。但当存在较厚的导电性较好的地层时,为了观测到较深处地层的响应,需要观测更晚的瞬变电磁信号。然而,数值结果发现,在更晚的时间里,目前理论计算的 LOTEM 响应具有振荡特征(Gubatenko *et al.*, 1999),原因是频率域响应在低频时的计算精度不够。这是由于频率域电磁响应是以 Hankel 积分形式给出的,而目前的计算方法主要是数字滤波方法(Ghosh, 1971; Anderson, 1979)。但数字滤波本身计算精度不够高,且滤波系数计算精度取决于具体的计算方法,只有在合适的条件下才有足够的精度(朴化荣, 1990)。低精度的频率响应会导致变换得到的瞬变响应尤其是晚期响应出现振荡,相应的全区视电阻率曲线也出现振荡与畸变(翁爱华, 1996)。显然,沿用先计算频率响应再经变换获得时间域响应的计算思路,为提高层状模型 LOTEM 晚期响应的精度,将晚期计算时间加以延长,需要提高频率域响应的计算精度。

基于高精度的 LOTEM 电磁场分量可得到定性反映地电模型的全区视电阻率。全区视电阻率最成功的计算方法是多项式逼近算法(长谷川健, 1985),但多项式逼近需要采用合适的多项式系数才可得到较好的结果(昌彦君等, 1998; 陈明生等, 1999)。为此,需要开发出适合较晚时间的全时段 LOTEM 全区视电阻率计算方法。

为此,本文首先采用了直接数值积分,将 LOTEM 电磁场频率响应所满足的 Hankel 积分用 Bessel 函数零点所分割的子区间上的部分积分的和表示出来,并将其变换为连分式的形式,

(收稿日期) 2002 - 08 - 15 收稿, 2003 - 04 - 04 改回。

从而用连分式计算该积分,提高频率响应在低频段的计算精度,进而为利用余弦变换(李吉松等,1993)求出对应的甚晚期瞬变电磁响应奠定基础。在此基础上,进一步给出了利用连分式求解非线性方程的原理,并将其应用到 LOTEM 全区视电阻率的计算中。最后,给出了理论模型的数值模拟结果。

## 1 频率域响应直接数值积分

### 1.1 直接积分基本方法

电磁测深频率域响应一般可表示为如下含有第 1 类  $i$ -阶 Bessel 函数的积分形式(朴化荣,1990; Nabighian,1992):

$$f(r) = \int_0^{\infty} f(\xi) J_i(\xi r) d\xi \quad (1)$$

为了直接采用数值求积方法计算(1)式,可将该积分写成如下部分积分之和(Chave, 1983)

$$f(r) = S = \sum_{n=0}^N P_n \quad (2)$$

$$P_n = \int_{z_n}^{z_{n+1}} f(\xi) J_i(\xi r) d\xi \quad (3)$$

式(3)中  $J_i(\xi r)$  为第 1 类的  $i$ -阶 Bessel 函数,  $z_n$  为  $J_i(\xi r)$  的第  $n$  个零点用距离  $r$  归一化后的值。 $N$  为参与求和的部分积分项的个数,取决于计算方法。 $P_n$  可采用 Gauss 求积公式计算

$$P_n = \sum_{j=1}^M h_j f(a_j) J_i(a_j r) \quad (4)$$

式(4)中  $M$  是求积节点个数,  $a_j$  为求积节点,  $h_j$  为求积系数。一般采用  $M = 7$  点求积公式即可达到计算精度。

### 1.2 级数的连分式展开方法

由于 Bessel 函数的振荡特征导致对式(2)直接求和收敛很慢。为了加快数值积分的收敛速度,设法将该级数用连分式表示。这里采用 Hänggi 等(1980)提出的方法。令式(2)中  $N = \infty$ , 从而可将  $S$  用如下形式的级数表示

$$S(y) = \sum_{i=1}^{\infty} \frac{P_i}{y^{2i-1}} \quad (5)$$

显然  $S(y)$  是一个渐进级数,并有  $f = S = S(y = 1)$ 。对式(5)可用辗转相除方法得到用连分式表示的形式

$$S(y) = \frac{d_1}{y + \frac{d_2}{y + \frac{d_3}{y + \dots}}} \quad (6)$$

因此,级数求和被转换为在  $y = 1$  时形如式(6)的连分式计算,而其关键在于由已知的逐区间积分结果  $\{P_i\}$  求连分式系数  $\{d_i\}$ 。下面给出采用递推算算法由  $\{P_i\}$  求  $\{d_i\}$  的公式。为此,引入符号  $D_i$ ,对于前 4 项,有

$$\begin{aligned} d_1 &= D_1, & D_1 &= P_1 \\ d_2 &= -D_2/D_1, & D_2 &= P_2 \\ d_3 &= -D_3/D_2, & D_3 &= P_3 + P_2 d_2 \\ d_4 &= -D_4/D_3, & D_4 &= P_4 + P_3(d_2 + d_1) \end{aligned} \quad (7)$$

为计算其它的连分式系数  $D_n$ ,  $n = 4, 5, \dots$ , 引入长度为  $L = 2[(n - 1)/2]$  的数组  $X$ , 并初始化为 0,  $[ ]$  表示取整数。当  $n = 4$  时, 令

$$X(1) = d_2, X(2) = d_2 + d_1 \quad (8)$$

并交换其位置。当  $n = 5$  时, 有

$$\begin{aligned} X(k) &= X(k - 1) + d_{n-1} X(k - 2), k = L, L - 2, \dots, 4 \\ X(2) &= X(1) + d_{n-1} \end{aligned} \quad (9)$$

同样, 在计算完成后交换数组相邻奇数与偶数脚标的元素。在此基础上有

$$D_n = P_n + \sum_{i=1}^{L/2} P_{n-i} X(2i - 1) \quad (10)$$

进而有连分式系数

$$d_n = \frac{D_n}{D_{n-1}} \quad (11)$$

这样, 借助式(7) — (11) 可由  $P_n$  求出连分式系数  $d_n$ 。利用连分式计算级数的求解过程是基于对整个级数收敛变化过程的认识, 因此收敛速度很快, 这个特点在级数发散时更为明显。

虽然上面对无穷级数进行了讨论。但对于我们的问题, 经过多次计算发现, 达到  $10^{-10}$  相对精度通常需要计算的部分积分个数  $N$  不超过 30。

### 1.3 数值积分结果

图 1 给出了两层导电模型长偏移距电磁测深垂直磁场响应变化特征的计算结果。装置收发距  $r$  为 5 000m, 覆盖层电阻率为 100  $\cdot$  m, 厚度为 2 000m, 基岩电阻率为 10  $\cdot$  m。图中虚线与实线分别为采用数字滤波方法 (Filtering) 与数值积分 (Integration) 计算的结果。从图 1a 给出的垂直磁场频率响应虚部变化规律可见, 在相对高频段, 两种计算方法获得的结果完全一致。但在低频段, 滤波方法计算的频率响应出现明显振荡, 而数值积分方法稳定衰减。

图 1b 中的时间域响应是由图 1a 中的频率响应采用余弦变换方法得到的。从图 1 可见, 在瞬变场早期, 由滤波方法和积分方法获得的瞬变响应几乎一致。但在相对晚期, 滤波方法计算的瞬变响应出现明显振荡, 不能代表真正的磁场衰减变化规律。而由积分方法得到的瞬变响应在整个晚期时段都稳定衰减, 甚至在  $10^4$ s 时, 计算的磁场值也是有效的。因此, 采用直接积分方法大大扩展了 LOTEM 晚期的时间观测范围, 从而为获得更深部的电性结构提供了数值模拟基础。

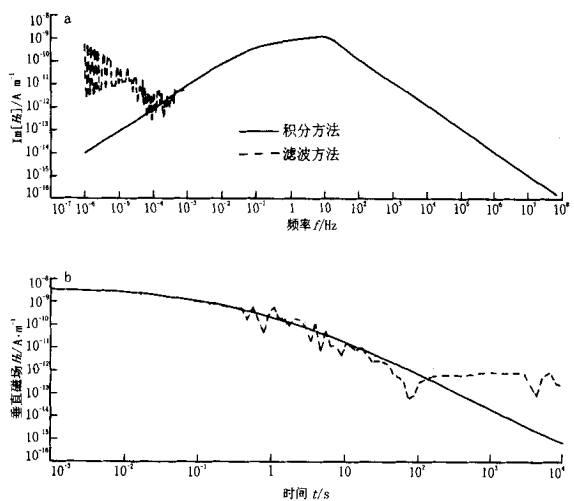


图 1 两层导电模型电偶源测深垂直磁场响应特征

Fig. 1 Response of Hz of current dipole source over two-layer earth.

a 频率响应虚部; b 瞬变响应

## 2 连分式全区视电阻率计算

数值计算结果表明, 均匀半空间模型

LOTEM 的电场与磁场分量是电阻率复杂但单调的函数,从而为应用迭代数值方法直接求解反函数提供了数学基础。令均匀半空间电阻率为  $\rho_s$ , 对应的电场或磁场分量为  $Y$ , 则有如下形式的反函数

$$Y = F^{-1}(Y, t, r) \tag{12}$$

式(12)中  $t$  是观测时间,单位:s;  $r$  是收发距,单位:m。若地下电性非均匀,利用式(12)获得的电阻率称为视电阻率。由于直接求反函数没有任何近似,因此求出的视电阻率被称为全区视电阻率。而连分式技术是求形如式(12)的较复杂函数反函数的有效方法(邹海, 1984)。

### 2.1 连分式求解反函数原理

设待求方程为:  $f(x) = C$ , 并记  $F(x) = f(x) - C$ 。显然求解  $F(x) = 0$  的根与原方程等价。现将  $F(x)$  反函数用如下的连分式函数表示

$$x(F) = a_0 + \frac{F - F_0}{a_1 + \frac{F - F_1}{a_2 + \dots + \frac{F - F_{N-1}}{a_n + \dots}}} \tag{13}$$

式(13)中  $a_i$  为待定系数,  $F_i = F(x_i)$ ,  $x(F)$  为方程解的近似值。这样求  $F(x)$  反函数的关键在于求式(13)的连分式系数。由于待求的变量  $x$  使  $f(x)$  等于  $C$ , 所以令  $F = 0$  并带入  $x(F)$  中, 得变量  $x$  的第  $N$  次近似值  $x_N$  为

$$x_N = a_0 - \frac{F_0}{a_1 - \frac{F_1}{a_2 - \dots - \frac{F_{N-1}}{a_n}}} \tag{14}$$

连分式待定系数  $a_i$  由  $x(F_i) = x_i$  的条件来确定, 具体公式如下

$$\begin{aligned} a_0 &= x_0 \\ a_i &= -\frac{(x_i Q_{i-2} - P_{i-2})(F_i - F_{i-1})}{x_i Q_{i-1} - P_{i-1}} \\ P_i &= a_i P_{i-1} + (F - F_{i-1}) P_{i-2} \\ Q_i &= a_i Q_{i-1} + (F - F_{i-1}) Q_{i-2} \\ P_{-1} &= 1 \\ P_0 &= a_0 \\ Q_{-1} &= 0 \\ Q_0 &= 1 \\ F_i &= F(x_i) \end{aligned} \tag{15}$$

式(15)中  $F = 0$ 。从式(14)、(15)可见, 利用连分式求非线性方程的解实际上是一个迭代过程。应用上述公式时, 最多迭代 15 次就可以得到方程的解。

### 2.2 全区视电阻率计算

在 LOTEM 中, 测量的是电场分量与感应电动势, 后者可转为磁场分量(严良俊等, 1999)。图 2 以垂直磁场分量为例给出了 LOTEM 全区视电阻率计算结果。地电模型是电阻率为  $100 \Omega \cdot m$  的均匀半空间中在深度  $1000m$  处插入厚度  $H = 1000m$  但电阻率不同的电性层后得到

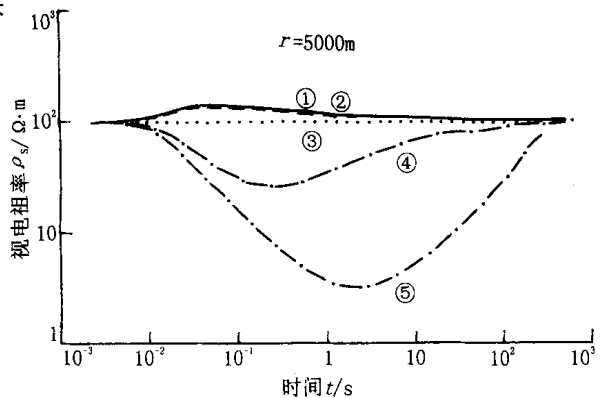


图 2 中间层电阻率变化的三层地电模型的全区视电阻率曲线(改变中间层电阻率)

Fig. 2 All-time apparent resistivity from Hz for three-layer model when the conductivity of the middle layer is changing.

$\rho_1 = 100 \Omega \cdot m, \rho_2 = 1000, 500, 100, 10, 1 \Omega \cdot m, \rho_3 = 100 \Omega \cdot m;$   
 $H_1 = 1000m; H_2 = 1000m;$  、 、 、 、 分别表示第 2 层电阻率按上述变化的计算结果

的三层模型。从图 2 可见,全区视电阻率曲线基本反映了模型的电性变化规律,同时首枝与尾枝都较准确地反映了模型电阻率真值。但曲线中部对低阻中间层反映明显,而对高阻中间层反映不灵敏。此外,从图 2 可见,当存在较厚的中间低阻地层时,为了得到能反映出其下伏高阻地层的尾枝渐进线,需要观测 100s 甚至更晚期的信号。而且,由于常规方法获得的较为精确的晚期响应时间一般小于 10s,显然,当存在纵向电导较大的中间导电层时,已有的计算方法将无法反映更深处的导电性分布。

### 3 结论

(1) 采用直接数值积分结合连分式技术可明显提高电偶源频率域电磁测深低频响应的计算精度,从而得到精度更高、稳定性更好的 LOTEM 晚期电磁响应,并将晚期时间延长到 100s 甚至更晚;

(2) 利用连分式渐进展开技术实现了均匀半空间瞬变电磁响应到电阻率的转换,求出能反映地电模型电性变化的 LOTEM 全区视电阻率,获得了全区视电阻率计算的新方法;

(3) 本文的工作为利用 LOTEM 进行更深部电性特征研究的数据处理与解释奠定了基础。

### 参 考 文 献

- 昌彦君,罗延钟,仇高喜. 1998. 全时域时间谱视电阻率算法研究 [J]. 物探化探计算技术, 20(3): 193—198.
- CHANG Yanjun, LUO Yanzhong, QIU Gaoxi. 1998. A Study of the algorithm of the full time domain apparent resistivity [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 20(3): 193—198 (in Chinese).
- 陈明生,田小波. 1999. 电偶源瞬变电磁测深研究(四): 瞬变电磁测深视电阻率 [J]. 煤田地质与勘探, 27(4): 52—55.
- CHEN Mingsheng, TIAN Xiaobo. 1999. Study on the transient electromagnetic (TEM) sounding with electric dipole (IV): Apparent resistivity in TEM sounding [J]. Coal Geology and Exploration, 27(4): 52—55 (in Chinese).
- 李吉松,朴化荣. 1993. 电偶源瞬变电磁测深—维正演及视电阻率响应研究 [J]. 物探化探计算技术, 15(2): 191—200.
- LI Jisong, PIAO Huarong. 1993. Study on forward and apparent resistivity definition of transient electromagnetic sounding of current dipole over layered earth [J]. Computing Techniques for Geophysical and Geochemical Exploration, 15(2): 191—200 (in Chinese).
- Nabighian N M. 1992. 电磁法勘探: 理论卷 [M]. 赵经祥译. 北京:地质出版社.
- Nabighian N M. (translated into Chinese by ZHAO Jingxiang). 1992. Electromagnetic Methods in Applied Geophysics (Volume 1) [M]. Geological Publishing House, Beijing (in Chinese).
- 朴化荣. 1990. 电磁测深法原理 [M]. 北京:地质出版社. 112—149.
- PIAO Huarong. 1990. Principles of Electromagnetic Soundings [M]. Geological Publishing House, Beijing. 112—149 (in Chinese).
- 翁爱华. 1996. 变形广义逆反演及其在电磁测深解释中的应用 [D]: [学位论文]. 长春:长春地质学院.
- WENG Aihua. 1996. Deformed Generalized Inverse Inversion Method and its Application to the Interpretation of Electromagnetic Soundings [D]. MS thesis: Changchun College of Geology, Changchun (in Chinese).

- 严良俊, 胡文宝, 陈清礼, 等. 2001. 长偏移距瞬变电磁测深法在碳酸盐岩覆盖区落实局部构造的应用效果 [J]. 地震地质, 23(2): 271—276.
- YAN Liang-jun, HU Wen-bao, CHEN Qing-li, *et al.* 2001. Trial with LOTEM to investigate detailed geological structure in the area covered with carbonatite [J]. Seismology and Geology, 23(2): 271—276 (in Chinese).
- 严良俊, 胡文宝, 陈清礼, 等. 1999. 长偏移距瞬变电磁测深的全区视电阻率求取及快速反演方法 [J]. 石油地球物理勘探, 34(5): 532—538.
- YAN Liang-jun, HU Wen-bao, CHEN Qing-li, *et al.* 1999. The estimation and fast inversion of all-time apparent resistivities in long-offset transient electromagnetic sounding [J]. Oil Geophysical Prospecting, 34(5): 532—538 (in Chinese).
- 邹海. 1984. 最优设计中的新算法 [M]. 北京: 新时代出版社. 20—76.
- ZOU Hai. 1984. New Algorithms in Optimal Design [M]. New Times Publishing House, Beijing. 20—76 (in Chinese).
- 长谷川健. 1985. 水平电气双极子による层状大地のステップ応答と見挂导电率について [J]. 物理探査, 38(3): 21—31.
- Hasegawa K. 1985. On the step response and the apparent conductivity for a stratified earth by a horizontal electric dipole [J]. Geophysical Exploration, 38(3): 21—31 (in Japanese).
- Anderson W L. 1979. Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering [J]. Geophysics, 44(10): 1287—1305.
- Chave A D. 1983. Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion [J]. Geophysics, 48(12): 1671—1677.
- Ghosh P P. 1971. The application of linear filter theory to the direct integration of geoelectrical resistivity sounding measurements [J]. Geophysical prospecting, 19(2): 192—217.
- Gubatenco V P, Nazarov A A. 1999. Multiple integration by parts as applied to processing of transient electromagnetic field in a horizontally layered medium [J]. Geology and Geophysics, 40(12): 1843—1849 (in Russian).
- Hänggi P, Roesel F, Trautmann D. 1980. Evaluation of infinite series by use of continuous fraction expansion: a numerical study [J]. Jour Comp Phys, 37: 252—258.
- Strack K M. 1992. Methods in Geochemistry and Geophysics: Exploration with Deep Transient Electromagnetics [M]. Elsevier Science Publishers, Netherlands. 247—284.

## NUMERICAL SIMULATIONS OF VERY-LATE TIME RESPONSE AND APPARENT RESISTIVITY IN LONG-OFFSET TEM SOUNDING

WENG Ai-hua WANG Xue-qiu

(Department of Applied Geophysics, Jilin University, Changchun 130026, China)

### Abstract

In this paper, the numerical methods for improving the simulation accuracy of very-late time response in Long-Offset TEM (LOTTEM) sounding and its all-time apparent resistivity have been introduced. For the purpose, we use the direct numerical integration to get the low frequency response that fits in with the Hankel Transform. The integration is then recast into the form of the

sum of the partial integration over the intervals constrained by the continuous roots of the Bessel Function of the first kind. And to accelerate the convergence speed of the summation, continued fraction is adapted, and the coefficients of the continued fraction are evaluated from the partial integration over each integral subsection by a recursive method. In this way the direct integration of Hankel Transform can be fulfilled quickly and accurately. In consideration of the complexity of the electromagnetic response of LOTEM in half-space model, and basing on the idea that continued fraction has been utilized to solve nonlinear equations successfully, we try to adapt the method to obtain the all-time apparent resistivity from LOTEM responses, and to derive the iterative formulae for transforming the approximate solution into the continued fraction coefficients. Numerical simulation of theoretical models show that the combination of direct integration and continued fraction can greatly improve the calculation accuracy of rather low frequency response, and hence more accurate and stable late-time response of LOTEM can be obtained, while the range of the late-time can be extended to about 100 seconds or more. A new method for estimating all-time apparent resistivity in LOTEM sounding is developed by using continued fraction expansion. The results of this study may provide scientific basis for the processing and interpretation of LOTEM data for understanding the electrical properties at greater depth.

**Key words** LOTEM, numerical integration, very-late time, all-time apparent resistivity, continued fraction

---

〔作者简介〕 翁爱华,男,1969年生,2001年毕业于吉林大学应用地球物理专业,获博士学位,讲师,从事核磁共振在地球物理方面的理论与应用研究及电(磁)法勘探的教学与研究工作,电话:0431-7691147, E-mail: wengaihua@email.jlu.edu.cn, wengaihua@sina.com.cn。