

文章编号: 1001—1749(2002)02—0097—05

地面核磁共振响应数值模拟研究

翁爱华, 李舟波, 王雪秋

(吉林大学, 吉林 长春 130026)

摘要: 模型响应的数值计算是地面核磁共振勘探的一个重要组成部分, 作者在本文中给出了地面核磁共振数值计算方法。在文中, 作者借助直接数值积分方法, 对回线源产生的磁场轴向和垂向分量进行计算, 并采用不等间距空间坐标剖分技术, 对地面核磁共振积分方程进行数值积分。利用这些计算方法, 计算了在均匀导电半空间中的某一深度上, 磁场的垂向分量沿轴向变化曲线, 并给出了两层导电模型中存在一层含水层的地电模型的地面核磁共振响应的数值模拟结果。采用在本文中介绍的数值计算技术, 可成功地进行一维含水模型地面核磁共振信号的数值计算。

关键词: 地面核磁共振; Hankel 积分; 正演计算

中图分类号: TP318.1 **文献标识码:** A

NUMERICAL SMULATION OF SURFACE NMR

WENGA ihua, LI Zhou-bo, WANG Xue-qiu

(Jilin University, Changchun 130026, China)

Abstract To calculate the signal from the protons in aquifer is an important part of surface NMR water exprobration technique. In the paper, the direct numerical integration for Hankel transform is applied to the computation of radial and vertical magnetic components from transmitting loop source over the ground. The non-uniform interval subdivision method is developed to integrate the signal from a single space element. With the methods, the vertical magnetic field component at certain depth was worked out along the radial direction. And the surface NMR responses from a water-bearing stratum buried in different two-layered conductive earth are simulated. The numerical methods utilized in the text can simulate the signals from surface NMR.

Key words: surface NMR; Hankel transform; numerical simulation

0 引言

地面核磁共振勘探理论计算主要涉及两大问题, 一个是层状介质上方大回线源在地层中任意一点处所产生的磁场计算技术问题; 另一个是地下水产生的地面核磁共振响应的数值积分计算问题。前者实际是 Hankel 积分计算问题, 对于回线非中心处的轴向与垂向磁场分量, 该积分实际是振荡核函数的积分计算问题, 应该采用特殊的处理技巧。但几乎所有有关地面核磁共振的文献在做地面核磁共振理论响应模拟时

基金项目: 国家自然科学基金资助(49874028)

收稿日期: 2001-12-26



都没有指出该问题, 以及应该采用的数值计算技术。在做地面核磁共振信号的体积积分时, 为了保证计算精度与效率, 必须考虑激发磁场的空间分布特点, 确定合理的模型剖分原则。然而, 几乎所有的文献只给出抽象的数学表达式。针对如上的不足, 作者在本文中拟从下面三个方面讨论地面核磁共振响应的计算问题。首先, 介绍回线源产生的磁场计算方法, 接着描述一种地面核磁共振信号体积分离散化模型剖分技术, 最后用数值结果对作者在本文中提出的方法进行了验证。

1 层状导电介质中磁场的计算

地表圆回线源在层状导电介质的第 i 层中任意一点 (r, z) 处产生的磁场强度轴向分量 H_{ri} 与垂向分量 H_{zi} 为:

$$H_{ri}(r, z) = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty [a_i e^{-u_i z} - b_i e^{u_i z}] u_i J_1(\lambda r) J_1(\lambda a) d\lambda \tag{1}$$

$$H_{zi}(r, z) = \frac{Ia}{2} \int_0^\infty [a_i e^{-u_i z} + b_i e^{u_i z}] \mathcal{N}_0(\lambda r) J_1(\lambda a) d\lambda \tag{2}$$

式中 I 为回线中电流强度; a 是线圈半径; $u_i^2 = \lambda^2 - k_i^2$, $k_i^2 = -i\omega\mu_0\sigma_i$; ω 是线圈中谐变电流频率; μ_0 为真空磁导率; σ_i 为第 i 层电导率。 $J_0(x)$, $J_1(x)$ 为第一类的 0 阶与 1 阶 Bessel 函数。待定系数 a_i 与 b_i 与整个地电断面导电参数有关。它们的快速求取可采用循环递推算法进行^[1]。

从式(1)、式(2)可见, 磁场分量表达式可写成如下积分表达式:

$$f(r, z) = \int_0^\infty \hat{f}(\lambda, z, \rho, h) \mathcal{N}_i(\lambda r) J_j(\lambda a) d\lambda \tag{3}$$

式(3)可看成是关于核函数 $\hat{f}(\lambda, z, \rho, h) \mathcal{N}_i(\lambda r)$ 的 Hankel 变换, 在式中, (ρ, h) 为层状介质的电性分布参数, $i, j = 0, 1$ 。

在一般情况下, 通常采用数字滤波方法计算 Hankel 变换^[2], 但数字滤波方法要求被积函数在积分变量 λ 时单调衰减为 0。然而在式(3)中, 当 λ 时, 被积核函数表现出振荡特点, 因此, 数字滤波方法不适用于层状介质中任意一点磁场计算。对于这类快速振荡函数的积分, Chave 提出了采用直接数值积分的算法。为了加快积分的收敛速度, 在积分过程中采用连分式技术, 用快速收敛级数代替慢收敛的数值积分部分和^[3]。图 1 是利用 Chave 方法计算的磁场垂向分量 H_{1z} 在 $z = 0.01\text{m}$ 时随位置 r 的空间变化情况。在图 1 中, 均匀导电半空间电阻率为 $50\Omega \cdot \text{m}$, 地表大回线半径等于 50m , 回线中电流为 3A , 频率约为 2.110Hz , 相当 50.000nT 地磁场中质子的 Larmor 进动频率^[4]。图 1 中实线为实部, 虚线为虚部。数值计算的第一个计算点在 $r = 0.01\text{m}$, $z = 0.01\text{m}$ 处, 非常靠近回线中心, 相应的磁场垂直分量为 $(0.0286015, 0.00422450)$ 。按 Nabighian, 对于均匀大地, 在回线中心处磁场的垂直分量有解析表达式^[5], 在频率为

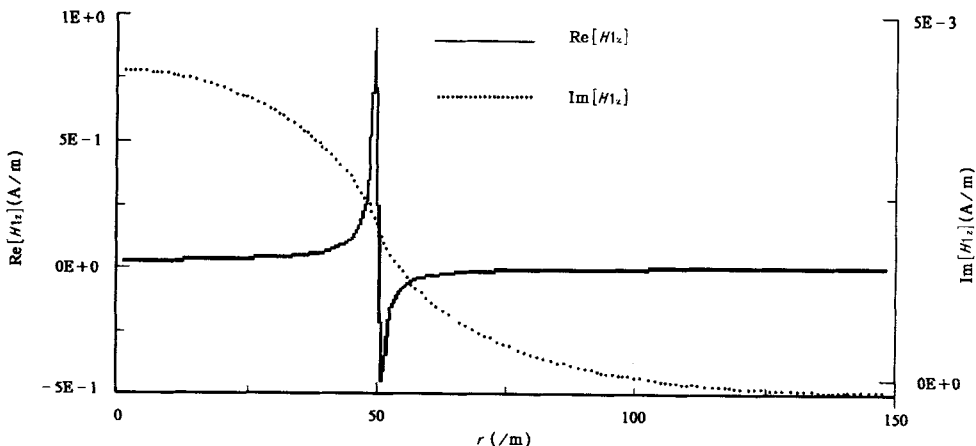


图 1 回线源磁场的垂向分量 H_{1z} 在 $z = 0.01\text{m}$ 沿轴向变化情况

Fig 1 H_{1z} of large loop source located over ground as a function of r with $z = 0.01\text{m}$

2 110Hz时, 该解析解 H_{1z} 为 (0.028 601 6, 0.004 201 9)。可见, 两者非常接近。此外, 从图 1 还可以看出, 磁场垂直分量的径向变化符合物理规律。在线圈中部接近均匀场, 靠近线圈场值平缓变大, 且在线圈两侧出现实部极性变化。当计算点在线圈正下方时, 由于 $z = 0.01\text{m}$, 接近奇异点, 故场值出现脉冲状极值。因此, 数值计算的结果是合理且可靠的。

2 地面核磁共振理论

假设发射线圈为圆环线, 在地面核磁共振勘探中, 当激发脉冲电流停止后, 回线中产生将随时间 t 变化的自由感应信号 $E(t, Q)$, 其理论计算公式为^[6]:

$$E(t, Q) = E_0(Q) e^{-t/T_2} \cos(\omega t + \varphi) \quad (4)$$

式中 $Q = I\tau$ 称为激发电流脉冲强度; I 为电流强度; τ 为电流持续时间; T_2 为地下水的核磁共振横向弛豫时间; φ 是观测的地面核磁共振信号的初始相位; $\omega = \gamma B_0$ 为地层水中质子在地磁场中的核磁共振圆频率; γ 是质子的磁旋比, 其值为 $2.675 22 \times 10^8 \text{S}^{-1}\text{T}^{-1}$; B_0 为地磁场感应强度, 单位为 T。其中信号振幅 $E_0(Q)$ 表示如下:

$$E_0(Q) = \frac{\omega}{I} \int_V M_{\perp}(\vec{r}, Q) \cdot B_{1\perp}(\vec{r}) dV \quad (5)$$

式中 $B_{1\perp}(\vec{r}) = \mu_0 H_{1\perp}(\vec{r})$; μ_0 为真空磁导率; $H_{1\perp}(\vec{r})$ 是回线源在位置 \vec{r} 产生的磁场强度在地磁场方向的垂直分量。在导电情况下, $H_{1\perp}(\vec{r})$ 还是电性分布的函数, M_{\perp} 是地下含水层中质子磁矩被激发磁场拌倒后在地磁场方向上的垂直分量, 即:

$$M_{\perp} = M_0 \sin\theta(\vec{r}, Q) \quad (6)$$

$$\theta(\vec{r}, Q) = \frac{1}{2} \gamma \frac{B_{1\perp}(\vec{r})}{I} \cdot Q \quad (7)$$

M_0 为地下含水层中质子在地磁场中平衡磁矩。显然, 在导电情况下, M_{\perp} 也是电性分布的函数。

通过观测地面核磁共振信号振幅 $E_0(Q)$ 随激发电流脉冲强度 Q 的变化, 可确定地下含水层的厚度与埋藏深度等参数。结合信号的弛豫速率分析, 还可确定含水层的渗透率等参数。

当地下含水层呈层状分布时, $E_0(Q)$ 可化为对变量 z 的积分形式, 即:

$$E_0(Q) = \int_0^{\infty} K(Q, z) n(z) dz \quad (8)$$

式中 $n(z)$ 是地层含水量; $K(Q, z)$ 称为积分核, 且:

$$K(Q, z) = \frac{\omega}{I} M_0 \iint_{x,y} \beta_{1\perp}(x, y, z) \sin(\theta(x, y, z, Q)) dx dy \quad (9)$$

3 数值计算

对于层状介质模型, 假设地层含水量函数 $n(z)$ 可以表示如下:

$$n(z) = \sum_i n_i f_i(z) \quad (10)$$

$$f_i(z) = \begin{cases} 1, & z_i \leq z < z_i + \Delta z_i \\ 0, & \text{other} \end{cases}$$

其中 n_i 为第 i 个含水层的含水量, 且 $0 < n_i < 1.0$; z_i 分别为第 i 含水层顶部埋深; Δz_i 为对应的含水层厚度。这样式(8)可离散化为:

$$E_0(Q) = \sum_{j=1}^n K(Q, z_j) n_j \Delta z_j \quad (11)$$

考虑到磁场分布的柱坐标对称性, 在柱坐标系中对积分式(9)离散化, 有:

$$K(Q, z_j) = \omega M_0 \sum_m \sum_n b_{m,n} \sin\theta_{m,n} r_m \Delta r_m \Delta \varphi \quad (12)$$

其中 $b_l = B_l / I$, $\Delta r_m, \Delta \varphi$ 为 (r_m, φ) 处剖分单元的轴向与切向剖分单元长度。

为了保证数值结果的精确性,在空间坐标离散化时,主要考虑回线源产生的射频磁场空间分布特点。原积分区间为全空间,但数值计算表明,可以将积分区间限制在 $0 \leq z \leq 2D, (x^2 + y^2) \leq (2D)^2$ 这样一个圆柱形区域内, D 为回线的直径^[7]。

其次,根据圆回线源磁场空间变化的特点,对于 r 方向,采用不等间距剖分,在线圈附近剖分单元较密,在线圈中心及外侧较远处剖分较稀。

对于切向单元剖分大小 $\Delta \varphi$,考虑到线圈激发磁场在地磁场方向的垂直分量 b_l 在地磁倾角为 0 时与 φ 有如下的关系:

$$b_l^2 = b_{lz}^2 + b_{lr}^2 \sin^2 \varphi \tag{13}$$

其中 b_{lz}, b_{lr} 分别为电流归一化的圆回线产生的垂向与轴向磁感应强度。可见,在 $\varphi = 90$ 或 270 时垂直分量最大,而在 0 或 180 最小。因此,对 φ 采用对数间隔的不等间距剖分,在 $\varphi = 90$ 或 270 附近剖分较细,而在 $\varphi = 0$ 与 180 附近剖分较粗。

对于 z 方向,主要考虑磁场垂向变化情况和含水层剖分网格大小对计算精度影响。在做正演计算时,将每个含水层做至少八等分的均匀剖分。图 2 是作者做地面核磁共振响应数值计算时的剖分模型示意图。

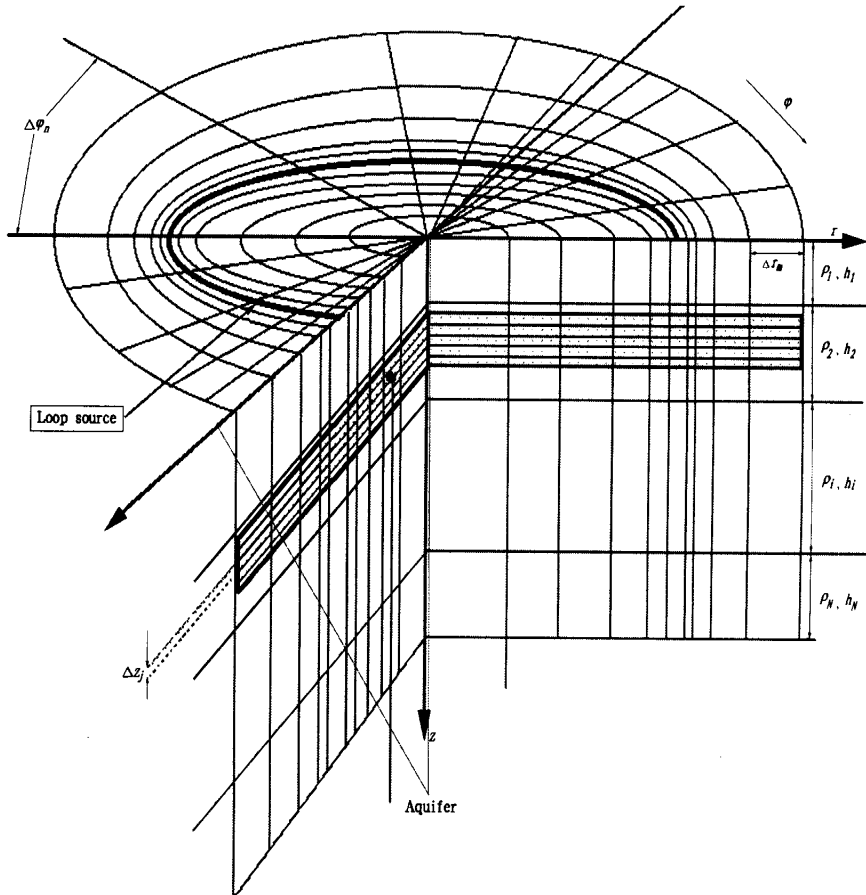


图 2 层状模型地面核磁共振数值计算的剖分模型

Fig 2 Subdivision model for the calculation of surface NMR over layered earth

4 数值结果

图 3 给出了采用图 2 中离散模型对位于两层导电模型中含水层计算的地面核磁共振响应。图中,圆线圈半径为 50m,含水层埋深为 10m,厚度 10m,含水量为 20%。两层电阻率模型的第一层电阻率为 $50\Omega \cdot m$,厚度为 10m。第二层电阻率从 $5\Omega \cdot m$ 变化到 $70\Omega \cdot m$ 。当第二层电阻率为 $50\Omega \cdot m$ 时,该电阻率

模型实际是电阻率为 $50\Omega \cdot m$ 的均匀半空间模型。从图 3(a) 振幅强度 E_0 变化曲线可见, 随着下伏地层电阻率的降低, 由于低阻层对磁场的衰减影响, 地面核磁共振信号强度明显降低, 但图 3(b) 中信号的相位却显著变大。当第二层电阻率变大, 并超过 $50\Omega \cdot m$ 时, 模型的核磁共振响应振幅强度与对应的均匀半空间核磁共振响应振幅强度的差异减小, 甚至在误差范围内无法区分。但从图 3(b) 相位曲线可见, 此时, 对应响应的相位差异却较为明显。显然, 地面核磁共振信号的相位相对振幅强度对地层导电性要敏感得多。

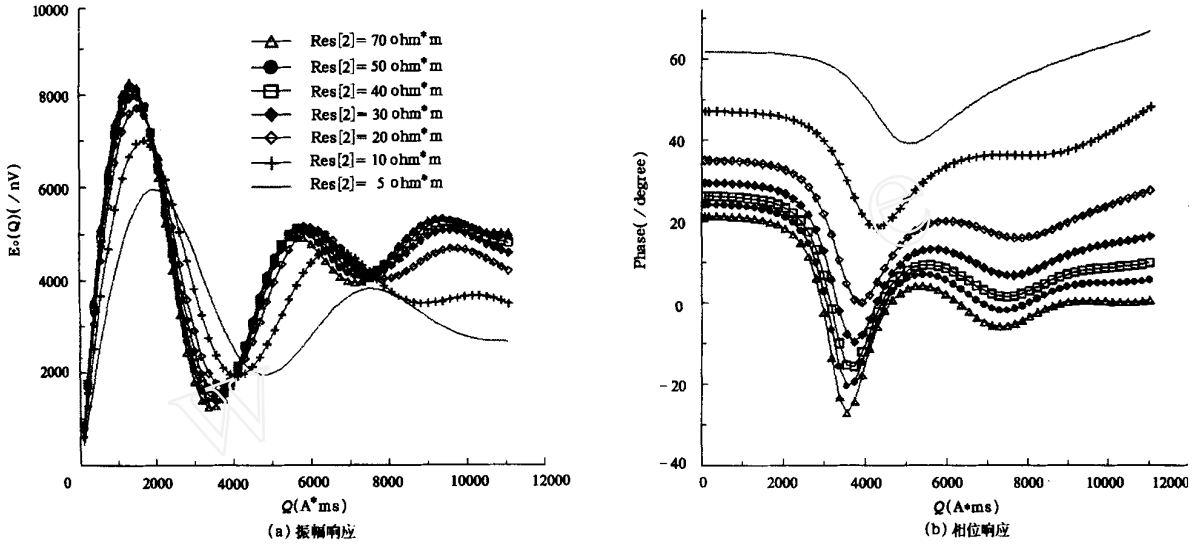


图 3 含水层位于两层导电模型中的地面核磁共振响应

Fig 3 The responses of surface NMR over two-layered conductive models

5 结论

作者在文中较为详细地讨论了地面核磁共振信号的数值计算问题, 并给出了考虑地层导电性影响的数值计算结果。从这些数值结果可见, 采用直接数值积分求取回线源在空间任意一点的磁场, 其技术上是可行的。同时, 对于核磁信号的体积积分, 采用文中的剖分技术, 计算结果的数值精度是可以保证的。

参考文献:

- [1] 翁爱华, 李舟波, 王雪秋. 地表大回线源在任意层状介质中产生磁场的计算[J]. 物探化探计算技术, 2000, 22(3): 245.
- [2] 朴化荣. 电磁测深法原理[M]. 北京: 地质出版社, 1990.
- [3] Chave A D. Numerical integration of related Hankel transforms by quadrature and continued fraction expansion[J]. Geophysics, 1983, 48(12): 1671.
- [4] Schirov M, Legchenko A, Creer G. A new direct non-invasive groundwater detection technology for Australia[J]. Exploration Geophysics, 1991, 22(2): 333.
- [5] Nabighian. 赵经祥, 译. 电磁法勘探-理论卷[M]. 北京: 地质出版社, 1992.
- [6] Shushakov O A. Groundwater NMR in conductive water[J]. Geophysics, 1996, 61(4): 998.
- [7] Legchenko A V, Shushakov O A. Inversion of surface NMR data[J]. Geophysics, 1998, 63(1): 75.

作者简介: 翁爱华(1969—), 男, 安徽省天长人, 2001年毕业于吉林大学地球探测与信息技术专业, 获博士学位, 现执教吉林大学, 从事电磁法勘探与地面核磁共振勘探理论与方法研究。