基于回归 M－估计的核磁测井数据反演方法

翁爱华 李舟波

(吉林大学地球探测与信息技术学院，130026)

核磁测井数据作弛豫(T_2)谱反演通常采用正则化方法。这种方法要求观测数据的误差服从 Gauss 分布。通过对已有的核磁测井观测数据采用正态概率分布曲线研究发现，有些数据的误差服从非 Gauss 分布，此时最小二乘方法给出的参数估计不正确，应该采用稳健的参数反演方法。回归 M－估计(Regression M－Estimation)(RME)便是这样一种简单有效的稳健参数估计方法。

1. 核磁测井数据弛豫谱反演

观测到的核磁测井弛豫信号 $M(t)$ 与弛豫时间谱 $P(T_2)$ 满足 $M(t)=\int_{T_{2min}}^{T_{2max}} P(T_2)\cdot e^{\frac{t}{T_2}} dT_2$，其中 T_{2min}，T_{2max} 为弛豫信号能反映的最短与最长驰豫时间。离散化 $M(t)$ 式并用最小二乘方法计算弛豫谱如下：

$$
\begin{array}{c}
\min:\ \| y-Ax \|^2+\alpha^2 \| Wx \|^2 \\
Ax=y \quad \Leftrightarrow \quad s.t. \\
x_i \geqslant 0
\end{array} \tag{1}
$$

A 为 $M\times N$ 矩阵，且 $A_{ij}=\exp(-t_i/T_{2j})$，$x_i=P(T_{2i})$，$y_i=M(t_i)$，α^2 称为正则化因子，W 是体积为 $K\times N$ 的模型约束条件矩阵，取决模型限制方式。

2. RME 方法简单原理及其实现

为了用 RME 估计式(1)中未知参数 x，可求解更为一般的极值优化问题：

$$\min:\ \sum_i \rho\left(\frac{y_i-A_i^T x}{\sigma}\right) \tag{2}$$

这里函数 $\rho(x)$ 称为损失函数，σ 是比例参数。(2)式最优解满足如下的线性方程组：

$$\sum_i \Psi\left(\frac{y_i-A_i^T x}{\sigma}\right) Ai=0 \tag{3}$$

其中 $\Psi(r)=\rho'(r)$。选用合适的损失函数可压制非 Gauss 分布数据误差的影响。定义权函数 $W(r)=\Psi(r)/r$，则与(3)式对应的优化问题可写成：

$$\min:\ \sum_i W_i^2 r_i^2 \tag{4}$$

该优化问题与加权最小二乘相似，不同的数据误差对总误差影响不同，那些遵从 Gauss 分布的数据误差对总误差的贡献不受影响，而那些离群的数据误差对总误差的影响将受到压制，且偏离 Gauss 分布越远，受到的压制也就越大。极值问题(4)通过如下迭代过程很容易实现：①求出(4)式标推最小二乘估计和标准方差及比例因子；②计算预测观测数据及其误差；③修正观测数据后代替原来的观测数据，重新估计未知参数和方差；④由方差计算比例因子。重复上述步骤②—④直到数据拟合差不再减小。

3. RME 在核磁测井数据反演中的应用

在核磁测井弛豫谱分解中利用 RME 这一数据处理方法，首先采用 RME 估计求取经过修正后的数据误差相对变小的误差数据集，接着利用正则化反演方法对修正后的误差数据进行连续谱反演计算。对实际观测数据计算表明，RME 是一种比最小二乘方法更为普适的弛豫谱反演方法。在信噪比较低时仍然能给出较最小二乘方法更为精确的孔隙度评价结果。

本研究由国家自然科学基金项目(№:49874028)资助